
Einführung in die Theoretische Physik

Priv.-Doz. Dr. Reinhard Mahnke

Lehrveranstaltung Nr. 12554 (4 SWS V + 2 SWS Ü)

Dienstag 11.15 bis 12.45 Uhr, Seminarraum
Donnerstag 7.30 bis 9.00 Uhr, Seminarraum
Freitag 9.15 bis 10.45 Uhr, Seminarraum
Institut für Physik, Wismarsche Str. 44
Sommersemester 2011

Zum Inhalt der Lehrveranstaltung:

1. **Einleitung** (15. KW, R. Mahnke)

Vorstellung des Themenprogramms (Mechanik, Elektrodynamik, nicht-lineare dynamische Prozesse).

Hinweis auf das Buch *From Newton to Mandelbrot* von D. Stauffer und H. E. Stanley.

Buch

Newtonsche Bewegungsgleichung (1dim) plus Anfangsbedingungen.

Aufgabe 1: Das Kettenkarussell: Dynamik einer Masse unter Einfluss von Schwerkraft und Rotation. Siehe Abb. 1

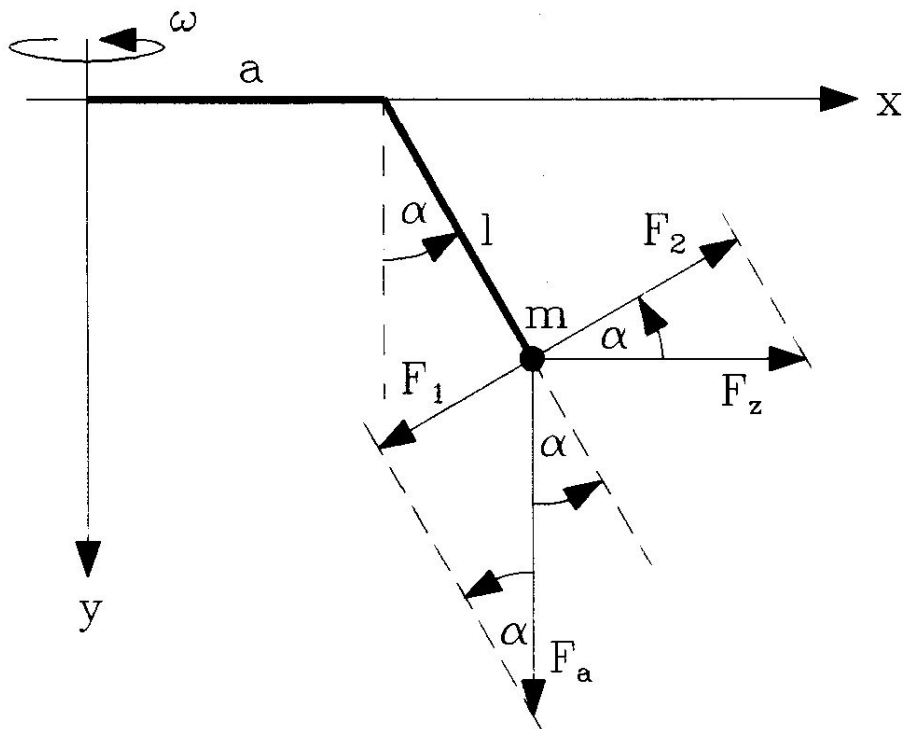


Abb. 1: Modell eines Kettenkarussells mit Schwerkraft und Rotationskraft.

2. Kettenkarussell I (16. KW, R. Mahnke)

Bestimmung der resultierenden Kraft aus Komponenten der Schwerkraft und Rotationskraft. Ermittlung der potentiellen Energie (Potential) aus der Gesamtkraft einschliesslich Normierung. Diskussion des Potentials (Doppelmulde, Einfachmulde, Gleichgewichtszustände, Stabilität), siehe Abbildungen 2 und 3.

Nach Wiederholung der Newtonschen Gleichung wird die Anwendung auf die Planetenbewegung diskutiert. Der Begriff des Phasenraums wird eingeführt. Trajektorien (Bahnkurven) werden im Phasenraum dargestellt. Abschliessend stehen die Erhaltungssätze der Mechanik (Impuls, Drehimpuls, Energie) im Mittelpunkt.

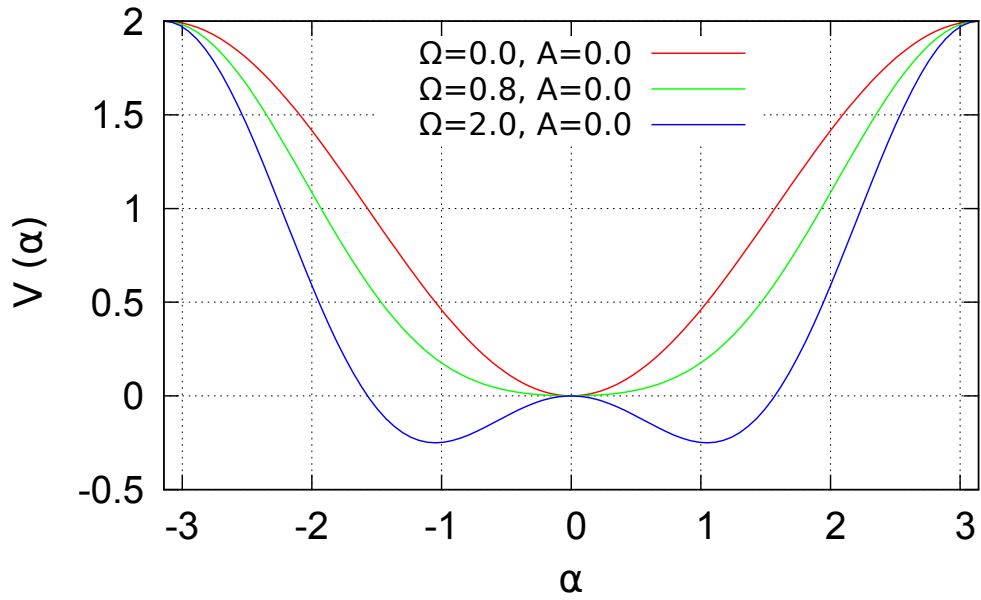


Abb. 2: Potential des Kettenkarussells ohne Ausleger.

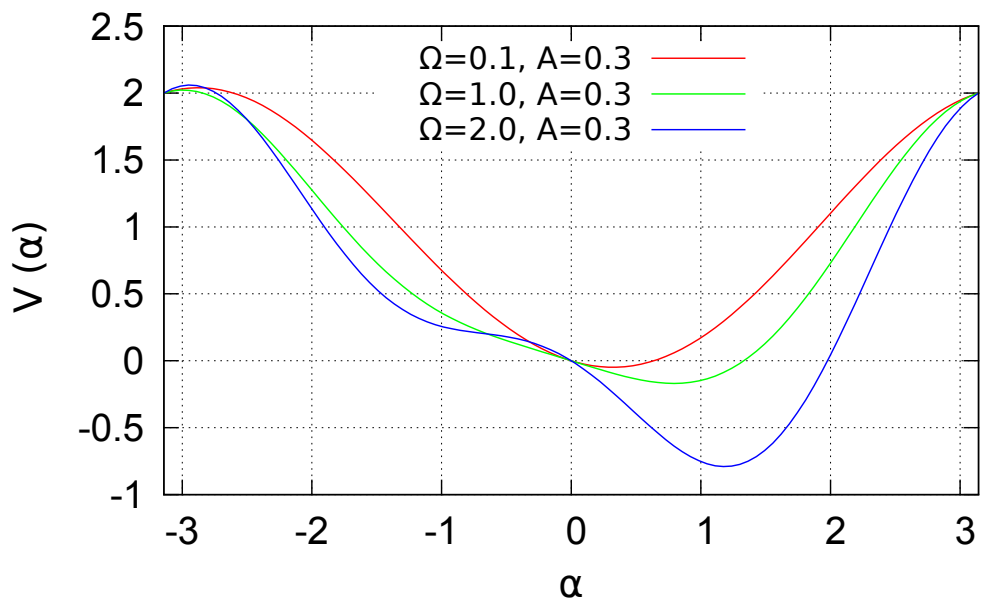


Abb. 3: Potential des Kettenkarussells mit Ausleger.

3. **Kettenkarussell II** (17. KW, R. Mahnke)

Hausaufgabe zum 28.04.2011

Ermitteln Sie die Phasenraumporträts des konservativen Kettenkarussells ohne Ausleger ($A = 0$) und mit einem Auslegerarm der Länge $A = 0.3$. Wählen Sie unterschiedliche Anfangsbedingungen.

Die kinetische und potentielle Energien lauten (bekanntermaßen) beim Kettenkarussell

$$T = ml^2\omega_0^2 \frac{1}{2} \frac{p_\alpha^2}{m^2 l^4 \omega_0^2}, \quad (1)$$

$$V = ml^2\omega_0^2 \left[(1 - \cos \alpha) - \Omega \left(A + \frac{1}{2} \sin \alpha \right) \sin \alpha \right]. \quad (2)$$

In dimensionsloser Schreibweise gilt analog

$$\frac{T}{ml^2\omega_0^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{p_\alpha}{ml^2\omega_0} \right)^2, \quad (3)$$

$$\frac{V}{ml^2\omega_0^2} = \left[(1 - \cos \alpha) - \Omega \left(A + \frac{1}{2} \sin \alpha \right) \sin \alpha \right]. \quad (4)$$

Unter Verwendung des Energieerhaltungssatzes (konservatives System $T + V = E$) folgt die Phasenraumtrajektorie $p_\alpha = p_\alpha(\alpha; E)$ als

$$\frac{p_\alpha}{ml^2\omega_0} = \pm \sqrt{2 \left\{ \frac{E}{ml^2\omega_0^2} - \left[(1 - \cos \alpha) - \Omega \left(A + \frac{1}{2} \sin \alpha \right) \sin \alpha \right] \right\}} \quad (5)$$

mit Gesamtenergie E aus den Anfangsbedingungen $\alpha(t=0)$; $p_\alpha(t=0)$ mittels

$$\frac{E}{ml^2\omega_0^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{p_\alpha(0)}{ml^2\omega_0} \right)^2 + \left[(1 - \cos \alpha(0)) - \Omega \left(A + \frac{1}{2} \sin \alpha(0) \right) \sin \alpha(0) \right]. \quad (6)$$

Die folgenden Abbildungen zeigen Phasenraumporträts des konservativen Kettenkarussells bei ausgewählten Kontrollparametern, siehe Abbildungen 4 und 5.

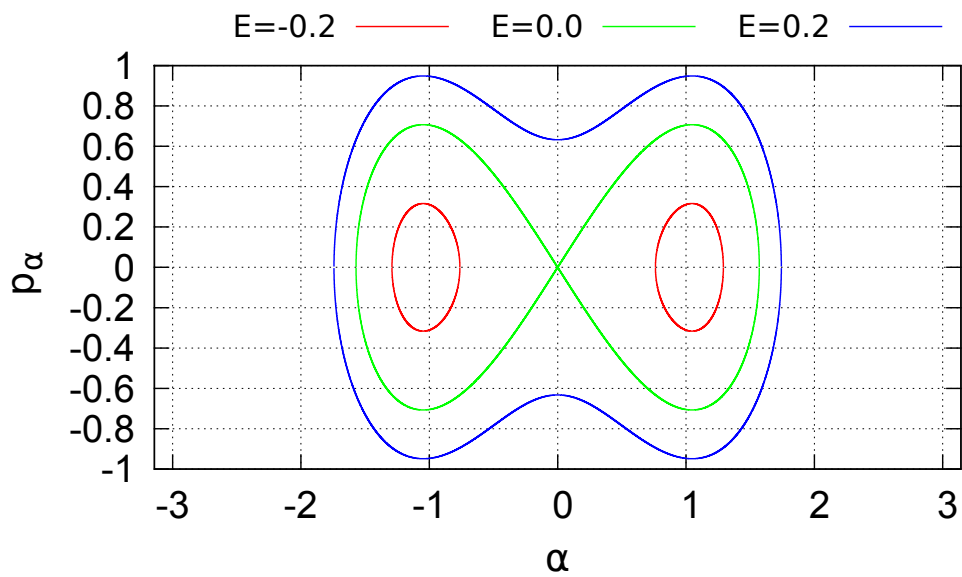


Abb. 4: Phasenraumporträt des Kettenkarussells ohne Ausleger ($A = 0$) und $\Omega = 2$.

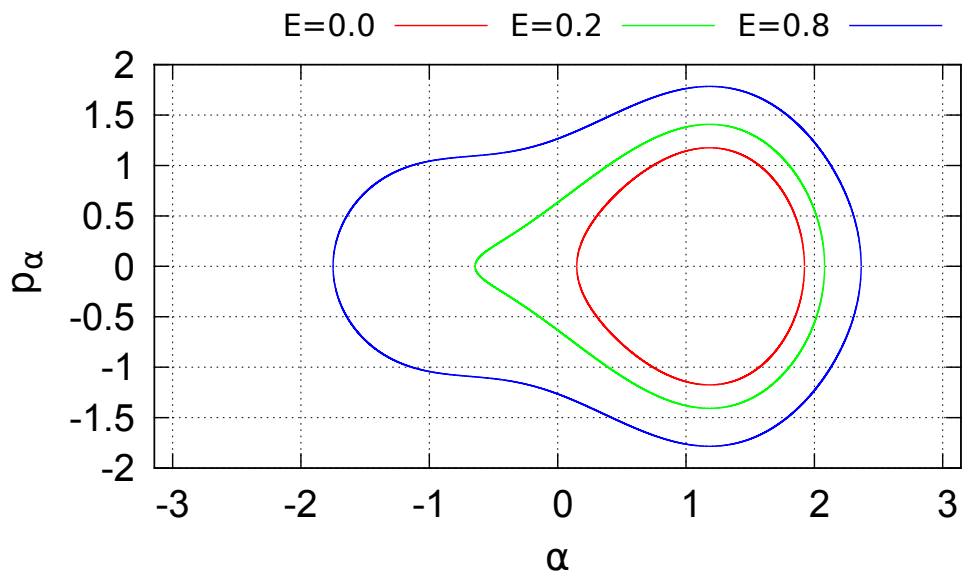


Abb. 5: Phasenraumporträt des Kettenkarussells mit Ausleger $A = 0.3$ und $\Omega = 2$.

4. **Bahnkurve, Geschwindigkeit und Impuls** (18. KW, M. Brics)

Die Dynamik eines mechanischen Systems wird durch ihre Ortskurve (Bahnkurve, Trajektorie) $\vec{r} = \vec{r}(t)$ beschrieben. Die Bewegung in einer Ebene ist zweidimensional und wird in kartesischen Koordinaten durch den Ortsvektor $\vec{r}(t) = (x(t), y(t), z = 0)$ und die Geschwindigkeit $\vec{v}(t) = d\vec{r}(t)/dt = (v_x(t), v_y(t), v_z = 0)$ angegeben.

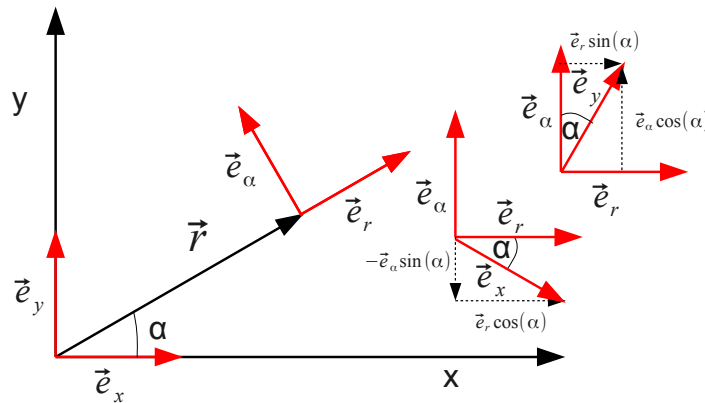


Abb. 6: Kartesische und Polar-Koordinaten

Transformation der Ortskoordinaten (siehe Abb. 6):

$$\begin{aligned} x &= r \cos \alpha \\ y &= r \sin \alpha \end{aligned} \iff \begin{aligned} r &= \sqrt{x^2 + y^2} \\ \alpha &= \arctan(y/x) \end{aligned} \quad (7)$$

Transformation der Geschwindigkeiten:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \cos \alpha \frac{dr}{dt} - r \sin \alpha \frac{d\alpha}{dt} \\ \frac{dy}{dt} &= \sin \alpha \frac{dr}{dt} + r \cos \alpha \frac{d\alpha}{dt} \end{aligned} \iff \begin{aligned} \frac{dr}{dt} &= \cos \alpha \frac{dx}{dt} + \sin \alpha \frac{dy}{dt} \\ \frac{d\alpha}{dt} &= -\frac{1}{r} \sin \alpha \frac{dx}{dt} + \frac{1}{r} \cos \alpha \frac{dy}{dt} \end{aligned} \quad (8)$$

Transformation der Impulse:

$$\begin{aligned} p_x &= m \frac{dx}{dt} \\ p_y &= m \frac{dy}{dt} \end{aligned} \iff \begin{aligned} p_r &= m \frac{dr}{dt} \\ p_\alpha &= mr^2 \frac{d\alpha}{dt} \end{aligned} \quad (9)$$

5. **Harmonischer Oszillator** (18. KW, M. Brics)

Model des Federschwingers, Hook'sches Gesetz, Federkraft, Newton'sche Bewegungsgleichung, Anfangsbedingungen, dynamisches System aus zwei gekoppelten Bewegungsgleichungen, verschiedene Lösungsmethoden (exp-Ansatz, Eigenvektoren, Energieerhaltung). Ermittlung der zeitabhängigen Lösungen $x = x(t)$ (Ort über Zeit) und $v = v(t)$ (Geschwindigkeit über Zeit) des Federschwingers. Zuerst lineare Transformation der Ortskoordinate zur Verschiebung des Koordinatenursprungs. Verschiedene Lösungsmethoden:

- 1.) Anwendung der Energieerhaltung
- 2.) Anwendung des Ansatzes $\exp(\lambda t)$
- 3.) Berechnung von Eigenwerten und Eigenfunktionen

Die mathematische Form der Lösungen ist unterschiedlich. Sie können aber ineinander überführt werden. Es gibt nur eine physikalische Lösung des Federschwingers, aber verschiedene mathematische Schreibweisen.

6. **Lagrange und Hamilton Formalismus** (19. KW, R. Mahnke)

Einführung von generalisierten Koordinaten und Geschwindigkeiten im Rahmen des Lagrange Formalismus; Definition der Lagrange Funktion und korrespondierender Bewegungsgleichung (Lagrange Gleichung 2. Art). Einführung von generalisierten Koordinaten und Impulsen (mittels erster Ableitung) im Rahmen des Hamilton Formalismus; Definition der Hamilton Funktion und korrespondierender Hamiltonscher Bewegungsgleichungen (kanonische Gleichungen). Diskussion von Beispielen (harmonischer Oszillator, Kettenkarussell).

7. **Mathematisches Pendel** (20. KW, R. Mahnke)

Modellbildung, Dynamik einer Masse an einem Faden unter Einfluss der Schwerkraft. Newton-Formalismus, Tangentialkraft, dynamisches System. Hamilton-Formalismus, kanonische Bewegungsgleichungen, Energieerhaltung. Diskussion des Phasenraumporträts (Ruhelage, Schwingungsregime, Separatrix (Grenzkurve), Rotationsregime). Integration der Bewegungsgleichung unter Verwendung der Energieerhaltung zur Bestimmung $\alpha = \alpha(t)$. Es gibt eine spezielle Situation (Grenzfall): Bewegung auf der Separatrix.

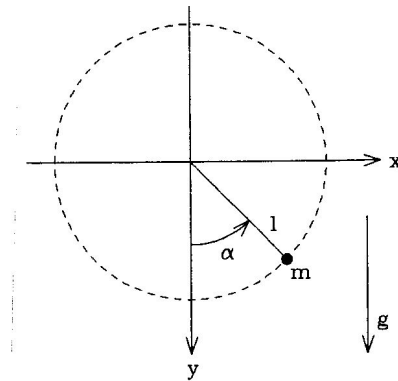


Abb. 2.2: Skizze eines mathematische Pendels.

Lagrange-Formalismus (Lagrange-Funktion, Bewegungsgleichung)

$$L(\alpha, \dot{\alpha}) = \frac{m}{2} l^2 \dot{\alpha}^2 - mgl(1 - \cos \alpha) \quad (2.7)$$

$$\ddot{\alpha} = -\omega^2 \sin \alpha \quad (2.8)$$

oder im Hamilton-Formalismus (Hamilton-Funktion, Bewegungsgleichungen)

$$H(\alpha, p_\alpha) = \frac{p_\alpha^2}{2ml^2} + mgl(1 - \cos \alpha) = E \quad (2.9)$$

$$\dot{\alpha} = \frac{p_\alpha}{ml^2} \quad (2.10)$$

$$\dot{p}_\alpha = -mgl \sin \alpha \quad (2.11)$$

beschrieben, wobei $\omega^2 = g/l$

Abb. 7: Modell eines Mathematischen Pendels im Lagrange- und Hamilton-Formalismus mit Hamilton-Funktion und Bewegungsgleichungen.

Math. Pendel / R. Mahke

Ausgehend von Energieerhaltung

$$\frac{p_d^2}{2ml^2} + mgl(1 - \cos d) = E$$

folgt $p_d = p_d(d; E)$: Drehimpuls

$$\begin{aligned} p_d &= \pm \sqrt{2ml^2(E - mgl(1 - \cos d))} \\ &= \pm \sqrt{(ml^2)^2 \left(2 \frac{E}{ml^2} - 2 \frac{mgl}{ml^2} (1 - \cos d) \right)} \\ &= \pm 2ml^2 \sqrt{\frac{E}{2ml^2} - \frac{\omega_0^2}{2} (1 - \cos d)} \\ &= \pm 2ml^2 \sqrt{\frac{E}{2ml^2} - \omega^2 \sin^2 \frac{d}{2}} \end{aligned}$$

$$\text{benutze: } \sin^2 \beta = \frac{1}{2} (1 - \cos 2\beta), \quad 2\beta = d$$

$$\text{Def: } \xi^2 = \frac{E}{2ml^2} \quad \text{: dimensionlose Energie}$$

$$= \pm 2ml^2 \xi \sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\xi^2} \sin^2 \frac{d}{2}}$$

als Resultat.

Drei Fälle; wobei Separatrix: $\frac{\xi^2}{\omega^2} = 1$

$$\frac{\xi^2}{\omega^2} < 1 \quad \text{und} \quad \frac{\xi^2}{\omega^2} > 1$$

Abb. 8: Mathematisches Pendel im Hamilton-Formalismus: Bestimmung des Drehimpulses unter Ausnutzung der Energieerhaltung.

Math. Pendel / R. Mahler

Bewegung auf der Separatrix $d_{sx} = d_{st}(t)$

Grenzkurve: $E^2/\omega^2 = 1 \rightarrow E = \omega$

$$P_d^{sx} = \pm 2m\ell^2 E \sqrt{1 - \sin^2\left(\frac{d_{sx}}{2}\right)} = \pm 2m\ell^2 \omega \cos\left(\frac{d_{sx}}{2}\right)$$

Wegen $p_d = m\ell^2 \frac{d}{dt}$ folgt

$$\frac{d d_{sx}}{dt} = \pm 2\omega \cos\left(\frac{d_{sx}}{2}\right) \quad ; \text{Trennung der Variablen}$$

$$\pm 2\omega \int dt = \int \frac{d d_{sx}}{\cos(d_{sx}/2)} \quad ; \text{Substitution}$$

$$\pm 2\omega t = \int \frac{2 dx}{\cos x} \quad ; \text{Siehe Bronstein Tabelle Integrale}$$

$$\pm \omega t = \ln \tan\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) + C$$

$$\pm \omega t = \ln \tan\left(\frac{d_{sx}}{4} + \frac{\pi}{4}\right) + C \quad ; \text{Inverse Funkt. bestimmen}$$

$$e^{\pm \omega t} = e^{\left[\ln \tan\left(\frac{d_{sx}}{4} + \frac{\pi}{4}\right) + C\right]} = e^C \cdot \tan\left(\frac{d_{sx}}{4} + \frac{\pi}{4}\right)$$

Setze: $e^C = \frac{1}{D}$

$$\tan\left(\frac{d_{sx}}{4} + \frac{\pi}{4}\right) = D e^{\pm \omega t}$$

$$\boxed{d_{sx}(t) = 4 \arctan(D e^{\pm \omega t}) - \pi}$$

Jetzt Integrationskonstante D aus Anfangsbed.

$$d_{sx}(t=0) = d_0 \quad ; \quad P_d^{sx}(t=0) \text{ aus Energieerhaltung } E_{sx} = 2m\ell^2 \omega^2$$

$$d_0 = 4 \arctan D - \pi \Rightarrow \boxed{D = \tan\left(\frac{d_0}{4} + \frac{\pi}{4}\right)}$$

z.B. $d_0 = 0 \rightarrow D = \tan\left(0 + \frac{\pi}{4}\right) = 1$

Für $d_0 = \pm \pi$ (instabiles Gg.) \rightarrow unphys. Resultate

z.B. $d_0 = -\pi \approx D = 0 \Rightarrow -\pi = -\pi$

Abb. 9: Mathematisches Pendel im Hamilton-Formalismus: Bewegung $\alpha_{sx} = \alpha_{sx}(t)$ entlang der Separatrix sx .

8. Vorstellung der Themen für die Projektwoche

(19.05.2011, R. Mahnke)

Konservative Systeme (Hamiltonsche Systeme: Mathematisches Pendel, Federschwinger) im Vergleich zu dissipativen mit (passiver und aktiver) Reibung.

- 1. Freier Fall mit Reibung (1dim) \implies Matthias Schönbeck
Bewegung im Schwerfeld der Erde unter Einfluss von Stokescher Reibung (linear zur Geschwindigkeit)
- 2. Reibung im zähen Medium (1dim) \implies Tim Meyer
Bewegung unter Einfluss von Newtonscher Reibung (quadratisch zur Geschwindigkeit)
- 3. Gekoppeltes dynamisches System (2dim) \implies Oliver Schade

$$\frac{dx}{dt} = -x + y \quad (10)$$

$$\frac{dy}{dt} = -x - y \quad (11)$$

Lösung mittels Transformation in Polarkoordinaten

- 4. Räuber–Beute–System (2dim) \implies Matthias Kapell

$$\frac{dx}{dt} = k_1 Ax - k_{12} xy \quad (12)$$

$$\frac{dy}{dt} = k_{21} xy - k_2 y \quad (13)$$

Analyse der Dynamik mittels Zustandsraumtopologie

- 5. Zentralkörperproblem in Hamiltonscher Formulierung
 \implies Nadine Weinberg
Bewegung der Erde um die Sonne (ebene Bewegung, Ellipse) unter Einfluss der Gravitationskraft; zwei Erhaltungssätze (Energie, Drehimpuls)
- 6. Automobildynamik (1dim) \implies Rayk Wilhelm
Bewegung eines fahrenden Autos (auf freier Strecke) bzw. Abbremsen vor einem Hindernis

Hinweis zur Automobildynamik (N-dim)

Gegeben sei ein System von N Auto-Teilchen auf einem Kreis der Länge L , d. h. es gelte $x_i \in [0, L)$, $i = 1, \dots, N$ für ihre Orte. Die Bewegungsgleichungen seien dann gegeben durch

$$\begin{aligned} m \frac{dv_i}{dt} &= F_{\text{kons}}(\Delta x_i) + F_{\text{diss}}(v_i), \\ \frac{dx_i}{dt} &= v_i, \end{aligned}$$

wobei

$$\begin{aligned} F_{\text{kons}}(\Delta x_i) &= \frac{m}{\tau} (v_{\text{opt}}(\Delta x_i) - v_{\text{max}}) \leq 0 \\ &\quad \text{mit } v_{\text{opt}}(\Delta x_i) = v_{\text{max}} \frac{(\Delta x_i)^2}{D^2 + (\Delta x_i)^2}, \\ F_{\text{diss}}(v_i) &= \frac{m}{\tau} (v_{\text{max}} - v_i) \geq 0 \end{aligned}$$

und die Abstände Δx_i zwischen den Autos zyklisch gegeben sind durch $\forall i = 1, \dots, N-1 : \Delta x_i = x_{i+1} - x_i$ und $\Delta x_N = x_1 - x_N$.

Die deterministische Bewegung wird durch Schwankungen (Fluktuationen) gestört. Überwiegen die zufälligen Ereignisse wird die Bewegung stochastisch (Physik stochastischer Prozesse).

- 7. Zufallswanderer (1dim) \implies Paul Blank
Münzwurf bzw. „drunken sailor“, Galton–Brett, Wahrscheinlichkeitsverteilung, Pascalsches Dreieck, diskrete Bewegungsgleichung
- 8. Diffusion als zufälliger Prozess (1dim) \implies Sebastian Rißer
Original–Arbeit von Albert Einstein 1905 (Annalen der Physik) lesen, Diffusionsgleichung als kontinuierliche Bewegungsgleichung und deren Lösung, zeitliche Entwicklung des Dichteprofiles, Mittelwert und Schwankung

Rein deterministische Prozesse erscheinen unvorhersehbar, wenn die (nichtlineare) Dynamik eine sensitive Abhängigkeit von den Anfangsbedingungen aufweist. Dieses sog. deterministische Chaos kann schon mittels einfacher Iterationsgleichungen erzeugt werden.

- 9. Diskrete Abbildung \implies Nils Grzech
 Untersuchen Sie mit Hilfe numerischer und analytischer Methoden die bekannte nichtlineare diskrete Abbildung (logistische Gleichung)

$$x_{n+1} = rx_n(1 - x_n) \quad \text{mit } n = 0, 1, 2, \dots$$

für den Kontrollparameterbereich $0 < r \leq 4$ und Anfangswerte aus dem Einheitsintervall $0 \leq x_0 \leq 1$.

Hinweis: Feigenbaumdiagramm

- 10. Kettenkarussell mit äußerer Anregung \implies Felix Engel
 Diskutieren Sie die gedämpfte Bewegung im Doppelmuldenpotential $V(q) = -q^2/2 + q^4/4$ (auch den ungedämpften Grenzfall). Vergleichen Sie mit dem Potential beim Kettenkarussell. Füge eine äußere Anregungskraft dem System hinzu (z. B. eine periodische Kraft mit der Anregungsfrequenz ω_A). Wie verändert sich die deterministische Dynamik?

Hinweis: deterministisches Chaos

Bearbeitung der o. g. Projektaufgaben 1-10 mit dem Ziel einer schriftlichen physikalischen (inkl. mathematischen) Analyse (Ausarbeitung) und einem mündlichen Vortrag (Präsentation).

Abgabe der Ausarbeitung am Ende der Projektwoche (bis zum 18. Juni 2011)

Präsentationen (10-15 Minuten) in der 25. und 26. Kalenderwoche

9. Verhulst-Gleichung (21. KW, R. Mahnke)

Verhulst-Gleichung

24.05.2011

Wachstumsgleichung: $\frac{dP}{dt} = F(P,t)$; $P(t=0) = P_0 > 0$

$P = P(t)$; Populationsanzahl zur Zeit t

Ansatz von Verhulst: $F(P,t) = rP(1 - \frac{P}{K})$

$K =$ Kontrollparameter > 0
(Kapazität), Grenzfall: $K \rightarrow \infty$

$r =$ Kontrollparameter > 0 (Wachstumsrate)

- ① Bringen Sie das o.g. Verhulst-Wachstumsgesetz in eine dimensionslose Form.

Verwenden Sie: $x = \frac{P}{K}$; $\tau = r t$

Result: ; $x(\tau=0) = x_0 \equiv \frac{P_0}{K}$

- ② Integrieren Sie die erhaltene dimensionslose Differentialgleichung und geben Sie die Lösung $x = x(\tau)$ unter Beachtung der Anfangsbedingung $x_0 > 0$ an.

Hinweis zur Berechnung: $\int \frac{dx}{x(ax+b)} = -\frac{1}{b} \ln \frac{ax+b}{x}$
(Integraltafel)

Result: Logistische Kurve

- ③ Diskutieren Sie das Ergebnis grafisch als x über τ .

Abb. 10: Diskussion einer Wachstumsgleichung (Populationsdynamik).

$$\boxed{\frac{dP}{dt} = r P \left(1 - \frac{P}{K}\right)} \quad \text{geg.}$$

Benutze: $x = \frac{P}{K} \Leftrightarrow P = Kx$

$\tau = r t \Leftrightarrow t = \tau/r$

$$\frac{d(Kx)}{d(\tau/r)} = r K x \left(1 - \frac{Kx}{K}\right)$$

$$\cancel{\frac{K}{r}} \frac{dx}{d\tau} = \cancel{rK} x (1-x) \Rightarrow \boxed{\frac{dx}{d\tau} = x(1-x)}$$

$P(t=0) = P_0 \implies x(\tau=0) = x_0$

Integration (Trennung der Variablen):

$$d\tau = \frac{dx}{x(1-x)} \Rightarrow \int d\tau = \int \frac{dx}{x(1-x)}$$

$$\tau(x) = \int \frac{dx}{x(1-x)} = -\frac{1}{1} \ln \frac{-x+1}{x} + C$$

Bestimme Umkehrfunktion $x = x(\tau)$ Integration, Konstante

$$\ln \frac{1-x}{x} - C = -\tau \Rightarrow e^{\ln \frac{1-x}{x} - C} = e^{-\tau}$$

$$\frac{1-x}{x} \cdot \underbrace{e^{-C}}_{=1/D} = e^{-\tau} \Rightarrow \frac{1-x}{x} = D e^{-\tau}$$

$$1-x = x D e^{-\tau} \Rightarrow 1 = x(1 + D e^{-\tau})$$

$$x(\tau) = \frac{1}{1 + D e^{-\tau}} \quad ; \quad D \text{ aus } x(\tau=0) = x_0 \text{ bestimme}$$

$$x_0 = \frac{1}{1 + D} \Rightarrow x_0 + x_0 D = 1 \Rightarrow D = \frac{1-x_0}{x_0}$$

$$\Downarrow \quad \boxed{x(\tau) = \frac{1}{1 + \frac{1-x_0}{x_0} e^{-\tau}}}$$

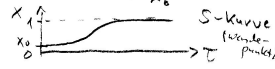


Abb. 11: Intergration einer Wachstumsgleichung der Populationsdynamik (Verhulst-Kurve).

Hausaufgaben zur Verhulst-Gleichung mit Lösungen:

1.) Diskutieren Sie für die Verhulst-Gleichung das Zustandsraumporträt P (Fixpunkte und ihre Stabilität).

Resultat:

$$\begin{aligned} P_{st1} &= 0 && \text{instabiler Fixpunkt} \\ P_{st2} &= K && \text{stabiler Fixpunkt} \end{aligned}$$

2.) Berechnen Sie den Zeitpunkt des maximalen Wachstums t_{max} der Verhulst-Kurve.

Resultat:

$$t_{max} = \frac{1}{r} \ln \left(\frac{K + P_0}{P_0} \right)$$

3.) Es gilt die Verhulst-Gleichung $dP/dt = F(P)$ mit der 'Kraft' $F(P) = rP(1 - P/K)$. Berechnen und zeichnen Sie das zur Kraft gehörende Potential $V(P)$ mit der Normierung $V(P = 0) = 0$. Diskutieren Sie nochmals das Zustandsraumporträt P im Zusammenhang mit Kraft $F(P)$ und Potential $V(P)$.

Resultat:

$$V(P) = -\frac{r}{2} P^2 + \frac{r}{3K} P^3$$

10. Elektrodynamik I (21. KW, R. Mahnke)

Grundbegriffe der klassischen Elektrodynamik (u. a. skalare und vektorielle Feldfunktionen); wichtige Entwicklungsetappen (Coulomb, Oersted, Faraday, Maxwell); Symbole und SI-Einheiten (m, kg, s, A, K, mol, cd); Punktladung; Coulomb-Kraft zwischen zwei Punktladungen; Einführung von Ladung bzw. Ladungsdichte und Strom bzw. Stromdichtevektor; Ladungserhaltung als Zusammenhang zwischen zeitlicher Änderung der Ladungsdichte und Divergenz des Stromdichtevektors.

11. Elektrodynamik II (22. KW, R. Mahnke)

Grundgleichungen der Elektrodynamik sind als Maxwell-Gleichungen bekannt. Sie bestehen aus Quellen- und Wirbelgleichungen für das elektrische und das magnetische Feld. Äquivalenz zwischen lokaler (bzw. differentialer) und globaler (bzw. integraler) Formulierung. Materialgleichungen als Zusatzbeziehungen. Ladungserhaltung (Kontinuitätsgleichung) wird durch die Maxwellgleichungen erfüllt.

12. Elektrodynamik III (23. KW, R. Mahnke)

Stationäre Felder. Analyse von Spezialfällen: Elektrostatik und Magnetostatik. Die elektrostatischen Feldgleichungen führen unter Benutzung des elektrostatischen Potentials auf die Poisson-Gleichung bzw.

auf die Laplace-Gleichung im ladungsfreien Fall. Das Coulombsche Gesetz ist die Lösung des elektrischen Feldes im Aufpunkt bei Existenz einer Punktladung im Quellpunkt. Es gilt das Superpositionsprinzip bei einem System von N Punktladungen.

13. **Projektwoche** (24. KW, R. Mahnke)

Abgabe der Projektergebnisse bis zum 17.06.2011, 11 Uhr

- 1. Freier Fall mit Reibung (1dim) \implies Matthias Schönbeck
Abgabe am 17.06.2011; Vortrag am 28.06.2011 geplant
- 2. Reibung im zähen Medium (1dim) \implies Tim Meyer
Abgabe am 17.06.2011; Vortrag am 28.06.2011 geplant
- 3. Gekoppeltes lineares dynamisches System (2dim)
 \implies Oliver Schade
Abgabe am 16.06.2011 elektronisch; Vortrag am 21.06.2011 geplant
- 4. Räuber-Beute-System (2dim) \implies Matthias Kapell
Abgabe am 17.06.2011; Vortrag am 21.06.2011 geplant
- 5. Zentralkörperproblem in Hamiltonscher Formulierung
 \implies Nadine Weinberg
Leider hat die Studentin kein Resultat vorgelegt.
- 6. Automobildynamik (1dim) \implies Rayk Wilhelm
Abgabe am 17.06.2011 (nur erster Teil); Vortrag am 28.06.2011 geplant
- 7. Zufallswanderer (1dim) \implies Paul Blank
Abgabe am 17.06.2011; Vortrag am 28.06.2011 geplant
- 8. Diffusion als zufälliger Prozess (1dim) \implies Sebastian Rißer
Abgabe am 21.06.2011 (verspätet); Vortrag am 01.07.2011 geplant
- 9. Diskrete Abbildung \implies Nils Grzech
Abgabe am 16.06.2011 elektronisch; Vortrag am 01.07.2011 geplant
- 10. Kettenkarussell mit äußerer Anregung \implies Felix Engel
Abgabe am 24.06.2011 (verspätet); Vortrag am 01.07.2011 geplant

14. **Elektrodynamik IV** (25. KW, R. Mahnke)

- 1. Vortrag am 21.06.2011: Oliver Schade
Thema: Gekoppeltes lineares dynamisches System (2dim)
Leistung zu 0 % erbracht (mathematische Rechnungen fehlerhaft)
Wiederholung geplant
- 2. Vortrag am 21.06.2011: Matthias Kapell
Thema: Räuber–Beute–System (2dim)
Leistung zu 80 % erbracht (kleinere Fehler)

Aufgabe zur Elektrostatik besprochen: Gegeben ist eine im Koordinatenpunkt ruhenden homogen geladenen Kugel. Das elektrostatische Potential und das elektrische Feld sind zu berechnen.

15. **Numerische Lösungsmethoden** (25. KW (24.06.2011), M. Brics)

Numerische Lösung von Differentialgleichungen (Bewegungsgleichungen) mittels Diskretisierung der Zeit (Schrittweite). Aus der Differentialgleichung entsteht eine Differenzgleichung, und zwar mit Vorwärtsdifferenzenquotienten

$$D^+(x_0) = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}, \quad (14)$$

bzw. Rückwärtsdifferenzenquotienten

$$D^-(x_0) = \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h}, \quad (15)$$

oder zentralen Differenzenquotienten

$$D(x_0) = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0 - h)}{2h}. \quad (16)$$

Diese drei Finite–Differenzen–Methoden zeigen bei kleinen Schrittweiten gute Ergebnisse. Die beste Näherung erhält man durch Verwendung des zentralen Differenzenquotienten.

An einfachen Beispielen (u. a. Wurf mit und ohne Reibung, siehe Abb. 12) ist die Genauigkeit dieser numerischen Näherungslösungen mit der analytischen Lösung verglichen worden.

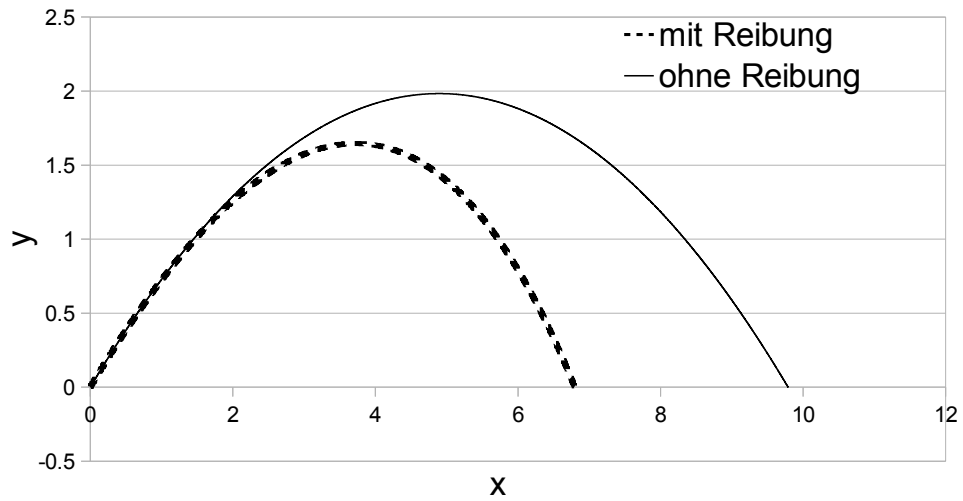


Abb. 12: Veränderung der Wurfparabel unter Einfluß einer linear-
geschwindigkeitsabhängigen Reibung.

16. **Quantenphysik** (26. KW, R. Mahnke)
 4 Vorträge am 28.06.2011
 3 Vorträge am 01.07.2011